

MATEMATYKA

Klasa

Szkoła Branżowa I Stopnia nr 4

Lekcja

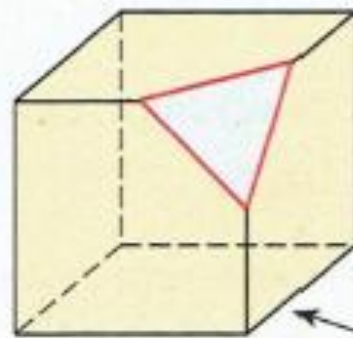
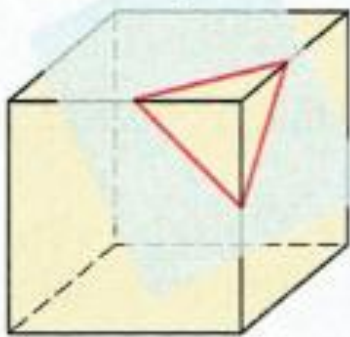
**Temat: Przekroje prostopadłościanu
płaszczyzną.**

PRZEKRÓJ BRYŁY

Przekrojem bryły płaszczyzną nazywamy figurę, która jest częścią wspólną tej bryły i płaszczyzny przecinającej tę bryłę. Przekrojem bryły jest zawsze figura płaska.

Na przykład przekrojem sześcianu może być trójkąt.

płaszczyzna
tnąca



przekrój
sześcianu



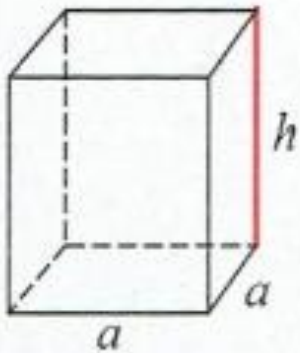
części sześcianu
po przecięciu płaszczyzną



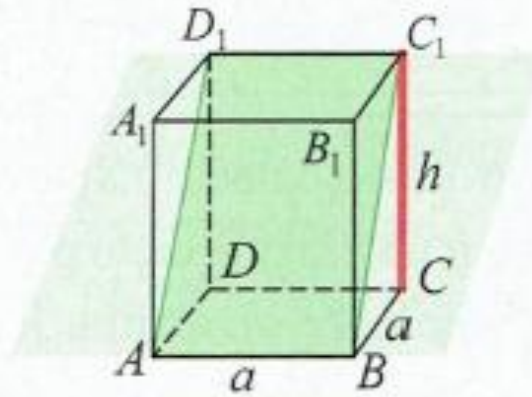
PRZEKRÓJ BRYŁY

Uwaga. Kształt i wymiary figury płaskiej, która jest przekrojem prostopadłościanu, zależą od tego, jakie odcinki i punkty należące do tego prostopadłościanu wyznaczają tę płaszczyznę tnącą. Mogą to być:

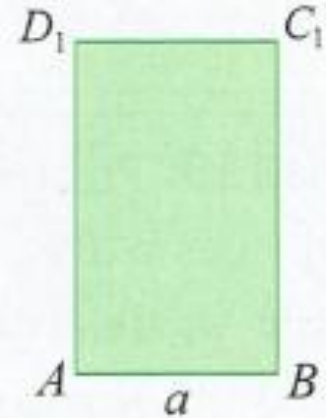
- dwa odcinki
- punkt i odcinek
- trzy punkty.



Gnaniastoslup prawidłowy
czworokątny.



Przekrój gnaniastoslupa płaszczyzną przechodzącą przez krawędzie AB i D_1C_1 .



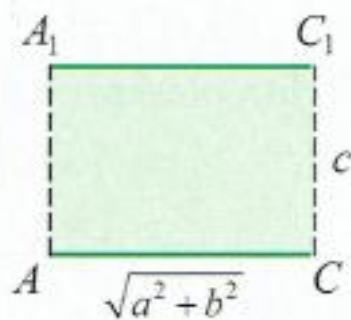
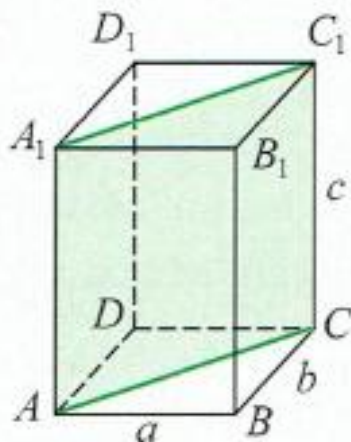
Przekrojem jest prostokąt o wymiarach $|AB| = a$ i $|BC_1| = \sqrt{a^2 + h^2}$.

PRZYKŁADY PRZEKROJÓW PROSTOPADŁOŚCIANU

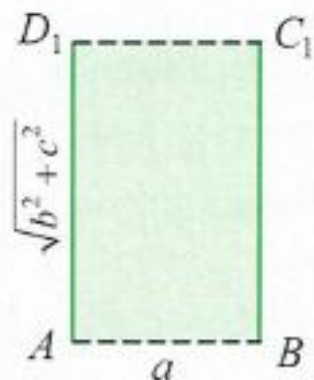
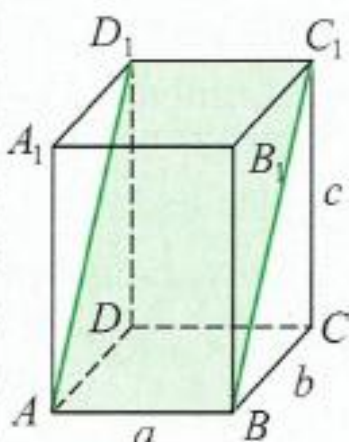
Przykłady możliwych przekrojów prostopadłościanu o krawędziach a , b i c płaszczyzną przechodzącą przez przekątne dwóch jego ścian.

Rozwiązanie. Płaszczyzna tnąca przechodzi przez:

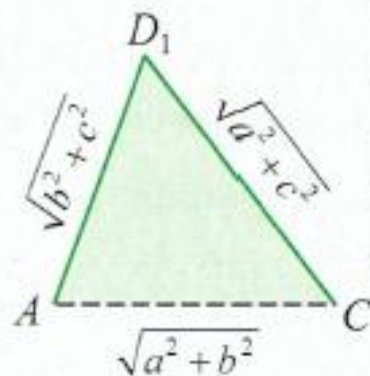
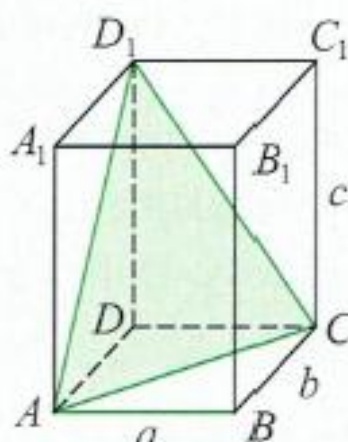
przekątne dwóch podstaw



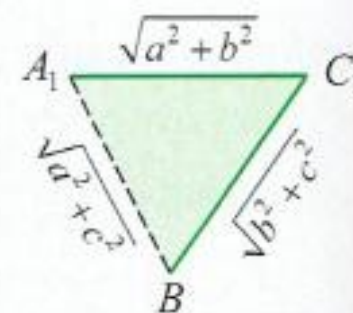
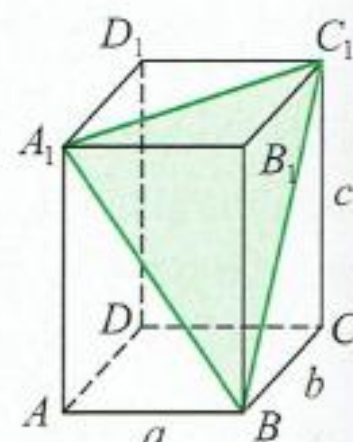
przekątne przeciwległych ścian bocznych



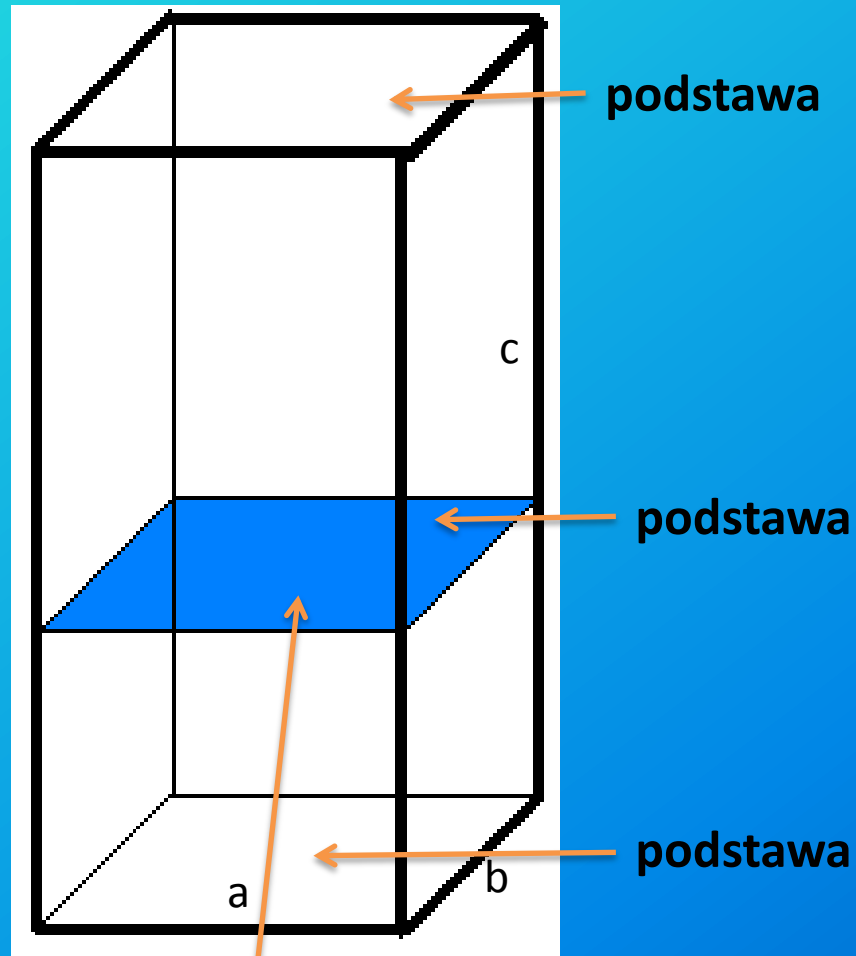
przekątne sąsiednich ścian bocznych



przekątną podstawy i przekątną ściany bocznej

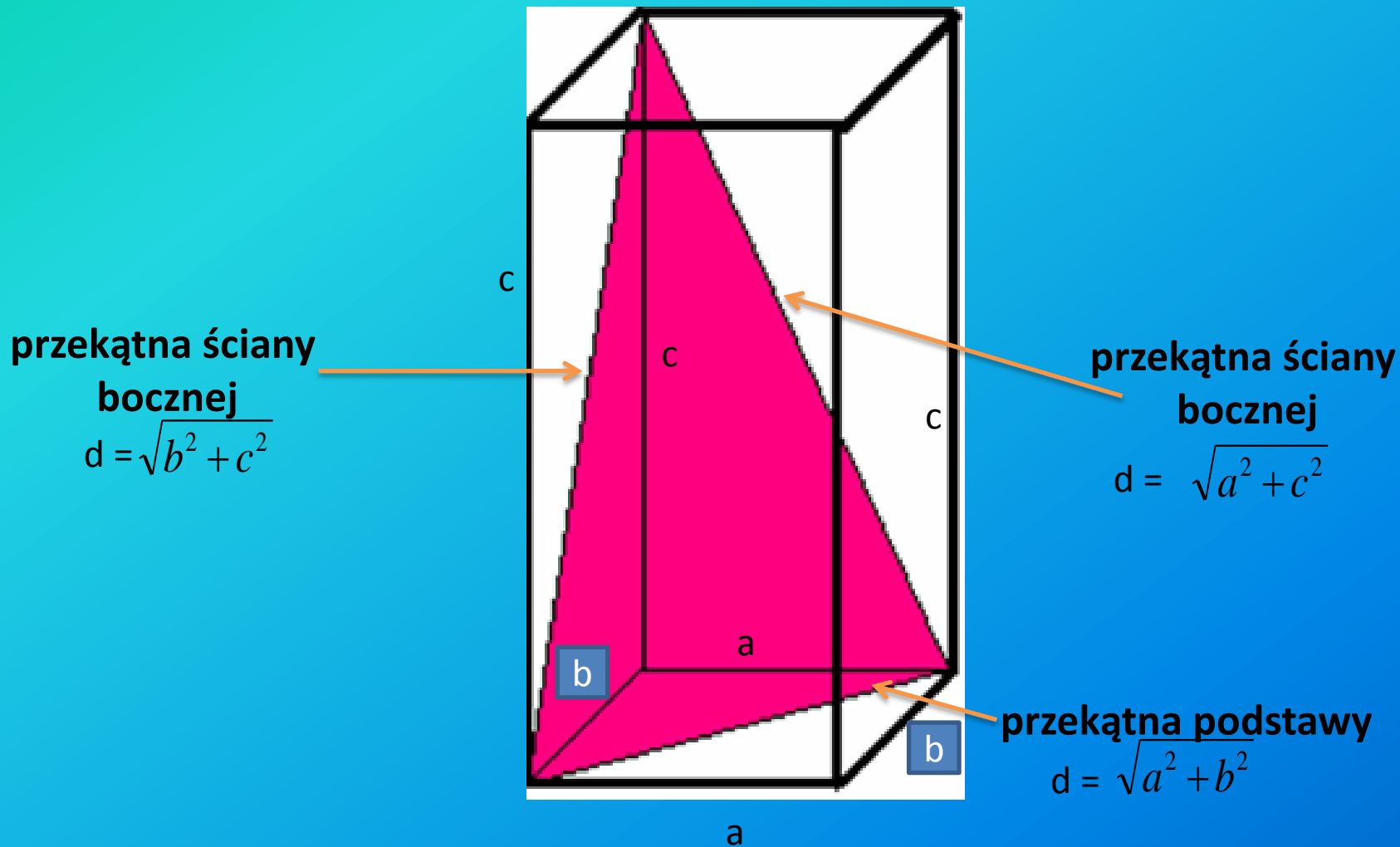


PRZEKRÓJ PŁASZCZYZNĄ RÓWNOLEGŁĄ DO PODSTAWY W PROSTOPADŁOŚCIANIE



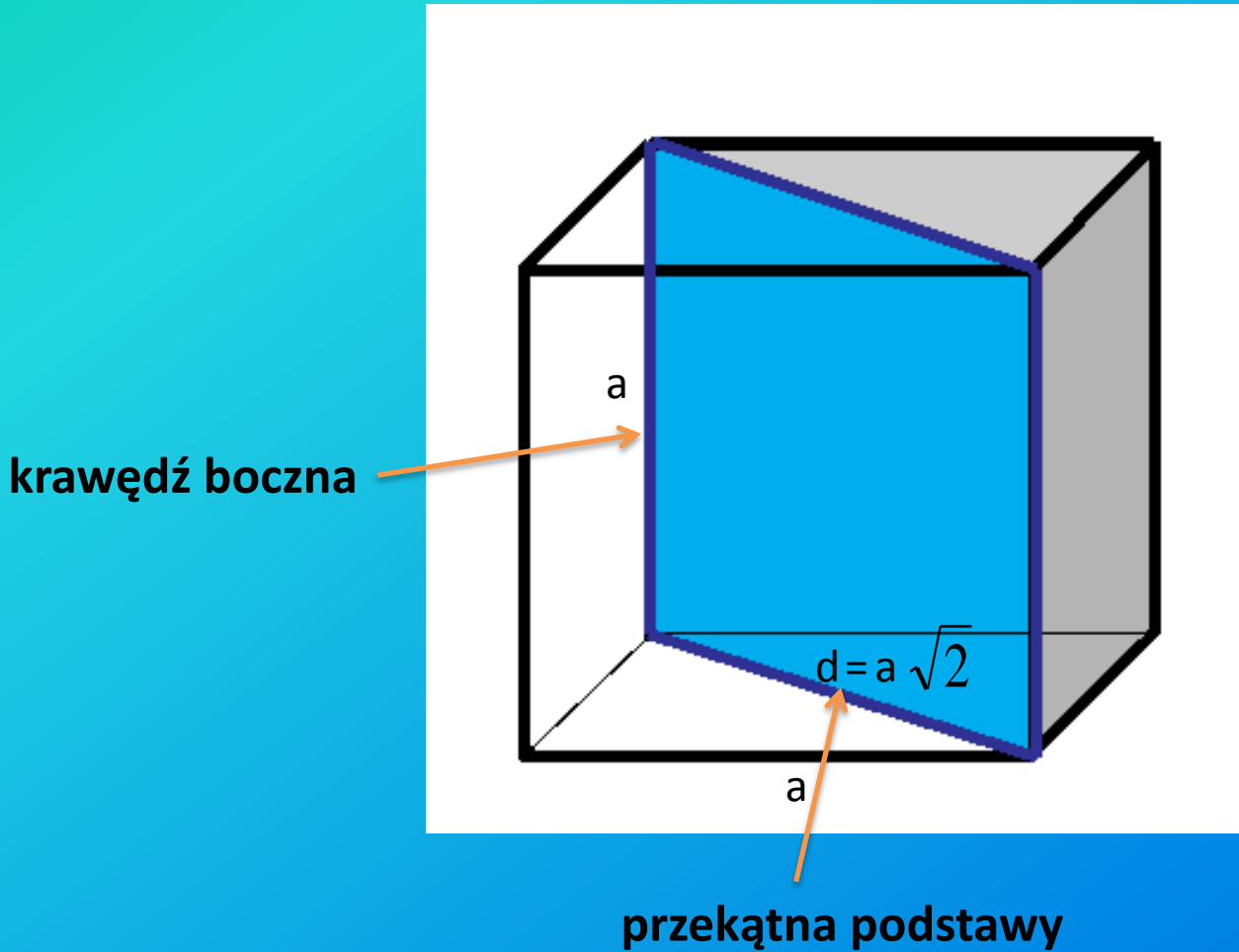
jest prostokątem
o wymiarach $a \times b$

PRZEKRÓJ PROSTOPADŁOŚCIANU PŁASZCZYZNĄ ZAWIERAJĄCĄ PRZEKĄTNĄ PODSTAWY I PRZEKĄTNĄ ŚCIANY BOCZNEJ



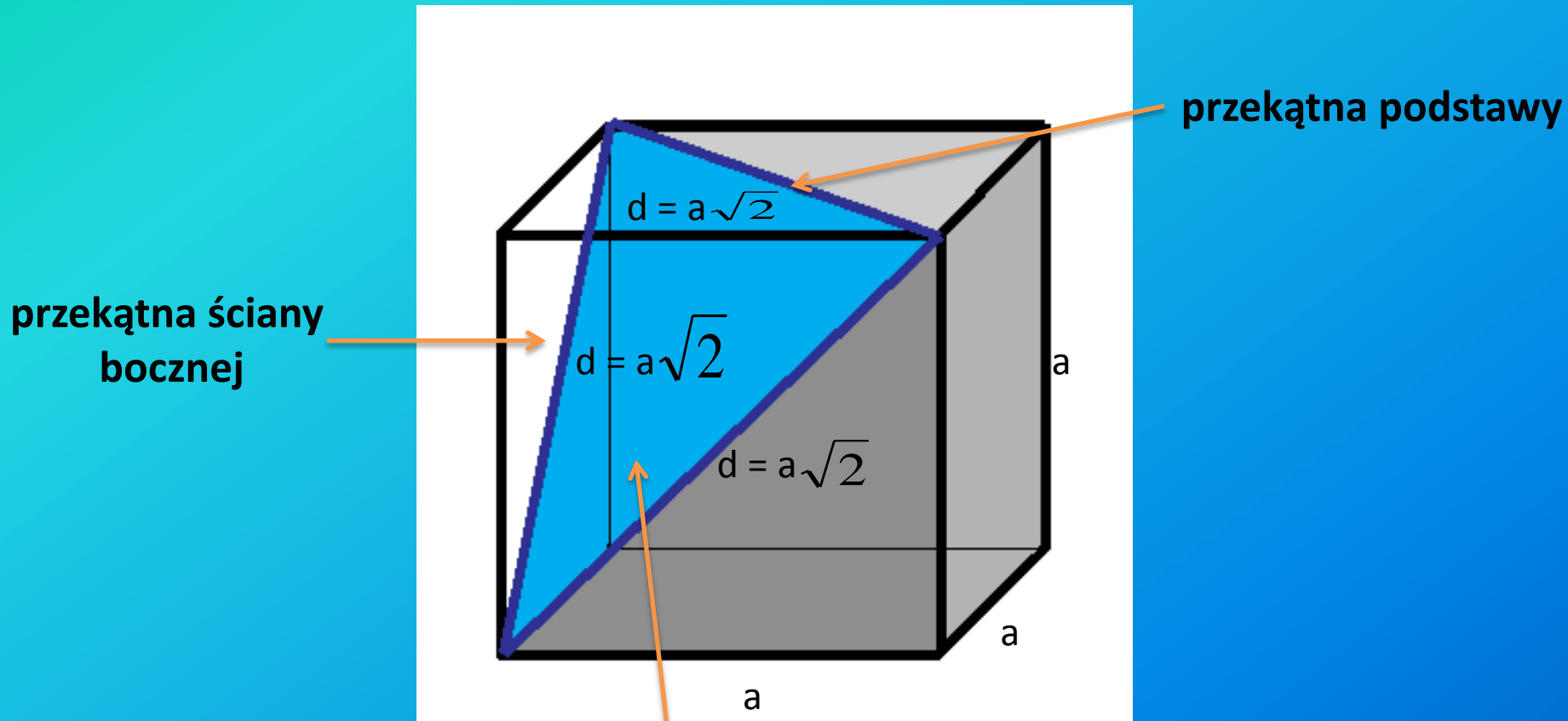
jest trójkątem o wymiarach $\sqrt{a^2 + b^2} \times \sqrt{a^2 + c^2} \times \sqrt{b^2 + c^2}$

PRZEKRÓJ SZEŚCIANU PŁASZCZYZNĄ ZAWIERAJĄCĄ PRZEKĄTNĄ PODSTAWY I KRAWĘDŹ BOCZNĄ (PRZEKRÓJ PRZEKĄTNY)



jest prostokątem o wymiarach $a \times a\sqrt{2}$

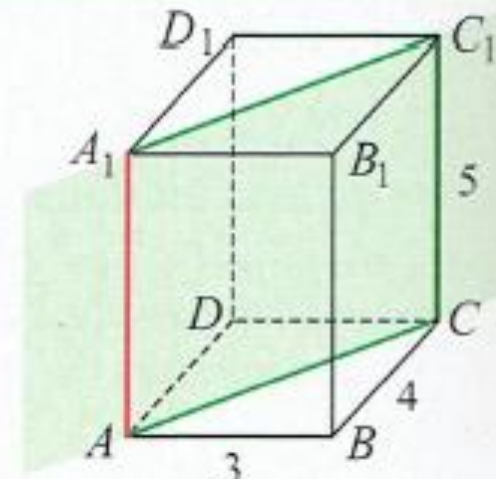
PRZEKRÓJ SZEŚCIANU PŁASZCZYZNĄ ZAWIERAJĄCĄ PRZEKĄTNĄ PODSTAWY I PRZEKĄTNĄ ŚCIANY BOCZNEJ



jest trójkątem równobocznym o boku $a\sqrt{2}$

ZADANIE 1.

Zadanie 1. Prostopadłościan o krawędziach mających odpowiednio długości 3 cm, 4 cm i 5 cm przecięto płaszczyzną wyznaczoną przez równoległe przekątne jego podstaw (rysunek obok). Opisz figurę, jaką otrzymałeś w wyniku tego przekroju i oblicz jej pole.



Rozwiązanie. Zauważamy, że przekrojem jest prostokąt ACC_1A_1 , w którym $|CC_1| = 5$ oraz $|AC| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$, więc prostokąt ACC_1A_1 jest kwadratem. Zatem $P = 5^2 = 25$.
Odp.: $P = 25 \text{ cm}^2$.

ZADANIE 2.

Zadanie 2.

Graniastosłup prawidłowy czworokątny, którego krawędź podstawy ma długość 6, a wysokość 12, przecięto płaszczyzną przechodzącą przez krawędź boczną i środki przeciwległych dwóch krawędzi obu podstaw. Sporządź odpowiedni rysunek. Oblicz pole otrzymanego przekroju.

Rozwiązanie. Zauważamy, że przekrojem graniastosłupa (rysunek obok) jest prostokąt AA_1E_1E . Jednym bokiem tego prostokąta jest wysokość graniastosłupa, a drugim jest przeciwprostokątna AE trójkąta prostokątnego AED .

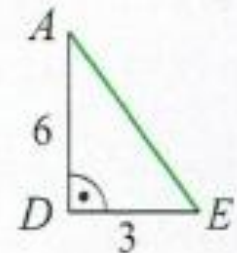
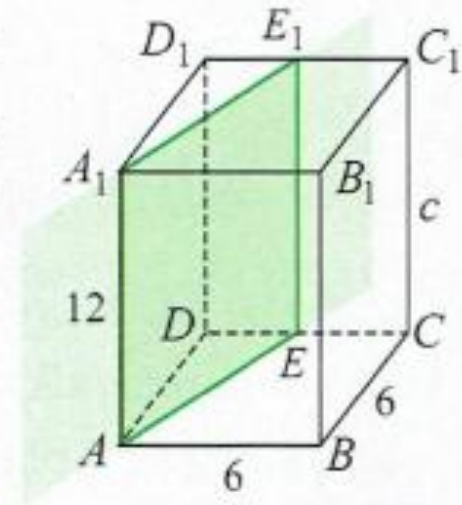
$$|AE|^2 = |AD|^2 + |DE|^2, \text{ gdzie } |AD| = 6, |DE| = \frac{1}{2}|AD| = 3$$

$$|AE|^2 = 36 + 9$$

$$|AE|^2 = 45, \text{ skąd } |AE| = 3\sqrt{5}.$$

$$\text{Zatem } P = |AA_1| \cdot |AE|, \text{ więc } P = 12 \cdot 3\sqrt{5} = 36\sqrt{5}.$$

$$\text{Odp.: } P = 36\sqrt{5}.$$



ZADANIE 3.

Zadanie 3. Graniastosłup prawidłowy czworokątny, którego krawędź podstawy ma długość 8, przecięto płaszczyzną przechodzącą przez wierzchołek jednej podstawy i przekątną drugiej podstawy. Płaszczyzna ta tworzy z płaszczyzną podstawy graniastosłupa kąt o mierze 60° . Oblicz:

- a) wysokość graniastosłupa,
- b) pole przekroju tego graniastosłupa.

ROZWIĄZANIE ZADANIA 3.

Rozwiązanie. Przyjmujemy oznaczenia jak na rysunku obok. Przekrojem graniastostłupa płaszczyzną wyznaczoną przez wierzchołek C_1 i przekątną DB jest trójkąt równoramienny DBC_1 .

a) W trójkącie prostokątnym SCC_1 :

$$|SC| = \frac{1}{2} \cdot 8\sqrt{2}, \text{ więc } |SC| = 4\sqrt{2},$$

$$\operatorname{tg} 60^\circ = \frac{h}{4\sqrt{2}}, \text{ skąd } h = 4\sqrt{6}.$$

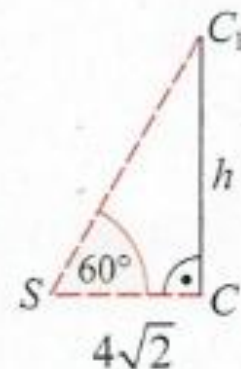
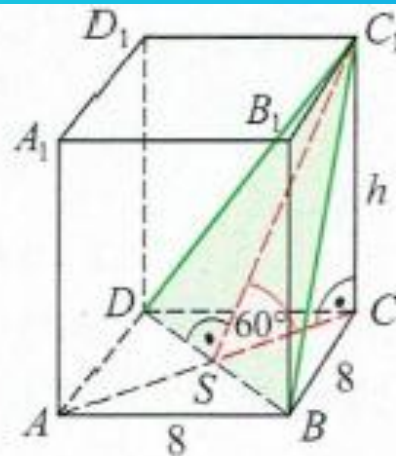
b) $P_{\Delta DBC_1} = \frac{1}{2} |DB| \cdot |SC_1|$, gdzie $|DB| = 8\sqrt{2}$.

Wysokość SC_1 jest przeciwprostokątną trójkąta SCC_1 .

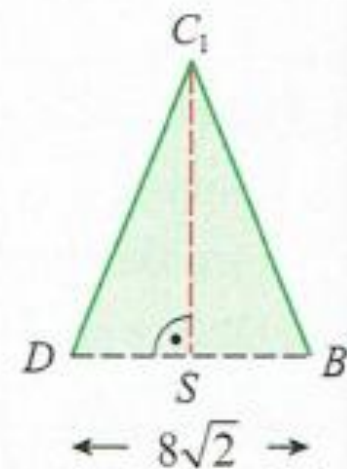
$$\cos 60^\circ = \frac{4\sqrt{2}}{|SC_1|}, \text{ skąd } |SC_1| = 8\sqrt{2}, \text{ więc}$$

$$P = \frac{1}{2} \cdot 8\sqrt{2} \cdot 8\sqrt{2}, \text{ skąd } P = 64.$$

Odp.: a) $4\sqrt{6}$, b) 64.



$$\operatorname{tg} 60^\circ = \sqrt{3}$$

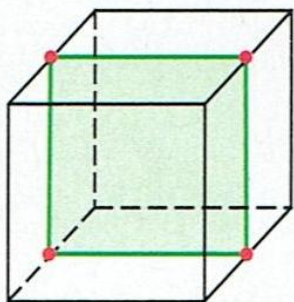


ZADANIE DOMOWE

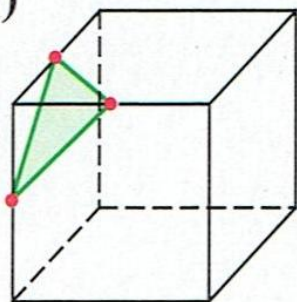
Zadanie 1.

Na poniższym rysunku kolorem zielonym wyróżniono przekrój sześcianu o krawędzi a , otrzymany przez przecięcie tego sześcianu płaszczyzną przechodzącą przez środki jego krawędzi. Opisz figurę, która jest przekrojem i podaj jej wymiary.

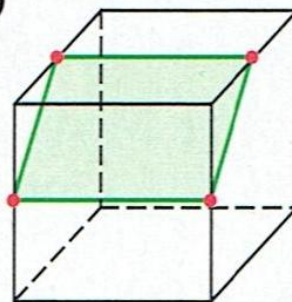
a)



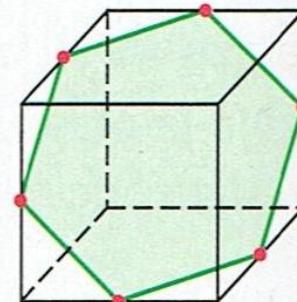
b)



c)



d)



ZADANIE DOMOWE

Zadanie 2.

Proszę o zapoznanie się z materiałami na stronie

<https://epodreczniki.pl/a/graniastoslup-prosty-i-jego-wlasnosci-zwiazki-miarowe-w-graniastoslupach/DnBY88PtA>

i wybrać **Przekroje w prostopadłości**