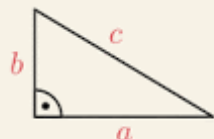


## Temat: Trójkąty prostokątne - powtórzenie

### Twierdzenie Pitagorasa

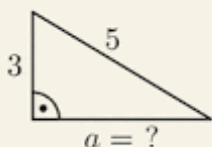
W trójkącie prostokątnym suma kwadratów długości przyprostokątnych jest równa kwadratowi długości przeciwprostokątnej

W każdym trójkącie prostokątnym:

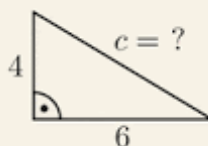


$$a^2 + b^2 = c^2$$

Przykłady:



$$\begin{aligned} a^2 + 3^2 &= 5^2 \\ a^2 &= 25 - 9 \\ a &= \sqrt{16} = 4 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} 6^2 + 4^2 &= c^2 \\ c^2 &= 36 + 16 \\ c &= \sqrt{52} = \sqrt{4 \cdot 13} = 2\sqrt{13} \end{aligned}$$

### Uwaga

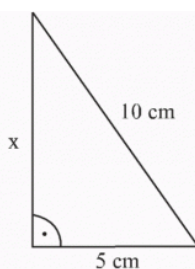
Twierdzenie Pitagorasa stosujemy **tylko** do trójkąta prostokątnego, obliczamy długość jednego z boków, gdy dane są długości dwóch pozostałych.

### Twierdzenie: odwrotne do twierdzenia Pitagorasa

Jeżeli suma kwadratów długości dwóch boków trójkąta jest równa kwadratowi długości trzeciego boku, to trójkąt jest prostokątny.

#### Przykład:

Przeciwprostokątna trójkąta prostokątnego ma długość 10 cm, a jedna z przyprostokątnych ma długość 5 cm. Oblicz długość drugiej przyprostokątnej.



$x$  – szukana długość przyprostokątnej

$$\begin{aligned} x^2 + 5^2 &= 10^2 \\ x^2 + 25 &= 100 \\ x^2 &= 100 - 25 \\ x^2 &= 75 \end{aligned}$$

Zapisujemy równanie wynikające z tw. Pitagorasa.

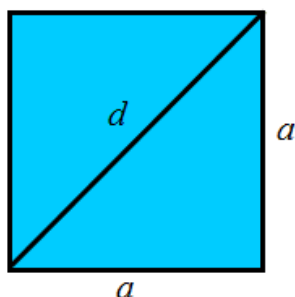
$$\begin{aligned} x &= \sqrt{75} \\ x &= \sqrt{25 \cdot 3} \\ x &= \sqrt{25} \cdot \sqrt{3} \\ x &= 5\sqrt{3} \text{ [cm]} \end{aligned}$$

Znajdujemy dodatnie rozwiązanie równania  $x^2 = 75$ .

Wylączamy czynnik przed znak pierwiastka.

Znamy już Twierdzenie Pitagorasa, teraz wyprowadzimy sobie **wzór na przekątną kwadratu**. Oznaczmy na rysunku boki kwadratu przez literkę „a”, zaś przekątną kwadratu literką „d”.

Dalej korzystamy z Twierdzenia Pitagorasa. Dodajemy z kwadratami przyprostokątne i otrzymana suma jest równa przeciwprostokątnej(przekątnej) podniesionej do kwadratu



$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$a^2 + a^2 = d^2$$

$$2a^2 = d^2$$

$$d^2 = 2a^2$$

$$d = \sqrt{2a^2} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{a^2} = a\sqrt{2}$$

$$d = a\sqrt{2}$$

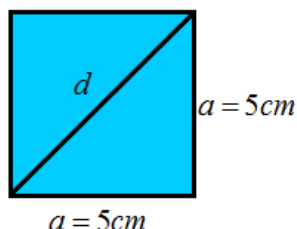
Zastanawiasz się, jak w praktycznych zadaniach obliczyć przekątną kwadratu? Odpowiedź jest prosta – wykorzystując wzór na przekątną kwadratu...

Obliczenie przekątnej z Twierdzenia Pitagorasa jest metodą dłuższą i zwiększającą ilość błędów u niektórych uczniów. Dotyczy to szczególnie takich sytuacji, gdy uczeń otrzymuje liczbę pod pierwiastkiem i następnie wyłącza czynnik z pierwiastka – tutaj jest najwięcej problemów i błędów.

Wzór na przekątną kwadratu usprawnia i pomija niektóre obliczenia. Jest po prostu łatwiej i szybciej rozwiązywać zadania. Warto go zapamiętać!

### Zadanie.

Oblicz przekątną kwadratu o boku 5cm ze wzoru, a następnie z Twierdzenia Pitagorasa. Porównaj szybkość obliczeń.



1 Sposób.

$$d = a\sqrt{2}$$

$$d = 5\sqrt{2} \text{ cm}$$

2 sposób

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$5^2 + 5^2 = d^2$$

$$25 + 25 = d^2$$

$$50 = d^2$$

$$d^2 = 50$$

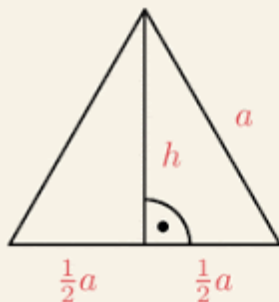
$$d = \sqrt{50} = 5\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$\begin{array}{r|l} 50 : & 2 \\ 25 : & 5 \\ 5 : & 5 \\ \hline & 1 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{r|l} 50 : & 2 \\ 25 : & 5 \\ 5 : & 5 \end{array}} \right\} 5$$

Odp.: Przekątna ma długość  $5\sqrt{2}$ .

Widzisz, że jeśli zapamiętasz wzór na przekątną kwadratu, to podstawiając długość boku do wzoru automatycznie otrzymujesz wynik. W Twierdzeniu Pitagorasa trzeba wykonać kilka obliczeń.

A teraz jeszcze jeden wzór, który Ci się przyda ☺. Jest to **wzór na wysokość** (h) trójkąta równobocznego o boku a. Zobaczcie poniżej skąd się wziął.

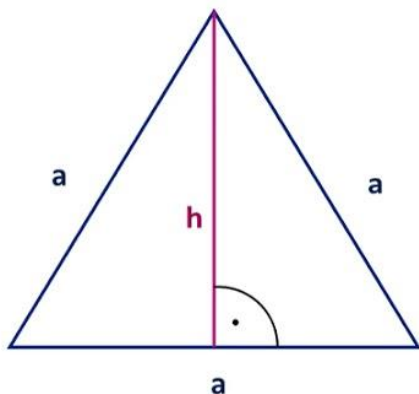


Korzystam z twierdzenia Pitagorasa

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{2}a\right)^2 + h^2 &= a^2 \\ \frac{1}{4}a^2 + h^2 &= a^2 \\ h^2 &= a^2 - \frac{1}{4}a^2 \\ h^2 &= \frac{3}{4}a^2 \\ h &= \sqrt{\frac{3}{4}a^2} \\ h &= \frac{\sqrt{3}}{2}a \end{aligned}$$

### Przykład:

Oblicz długość boku trójkąta równobocznego o wysokości 12 cm.



$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$h = 12 \text{ cm}$$

$$\frac{a\sqrt{3}}{2} = 12 \quad / \cdot 2$$

$$\frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot 2 = 12 \cdot 2$$

$$a\sqrt{3} = 24 \quad / : \sqrt{3}$$

$$\frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{24}{\sqrt{3}}$$

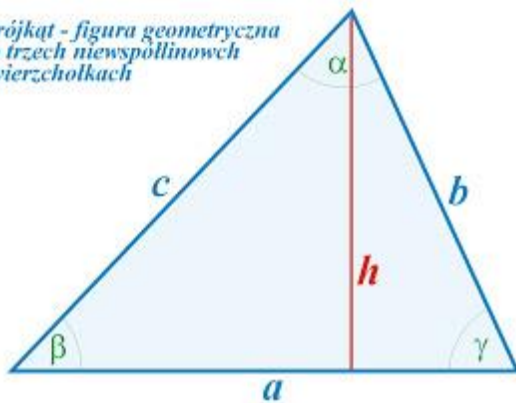
$$a = \frac{24}{\sqrt{3}}$$

I na koniec dla przypomnienia wzór na:

# TRÓJKĄT

*Właściwości trójkąta:*

*trójkąt - figura geometryczna  
o trzech niewspółliniowych  
wierzchołkach*



*pole powierzchni*

$$P = \frac{1}{2} a \cdot h$$

*obwód*

$$Ob. = a + b + c$$

*suma kątów*

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$