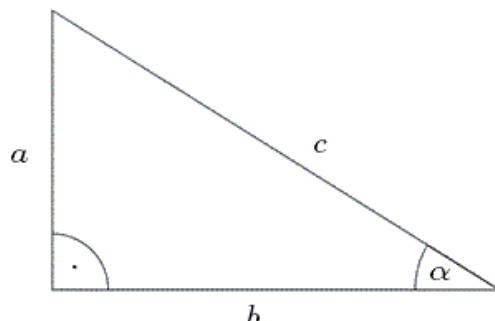


Temat: Funkcje trygonometryczne kąta ostrego.

Definicje funkcji trygonometrycznych kąta ostrego

Narysujmy dowolny trójkąt prostokątny i oznaczmy jeden z jego kątów ostrych literką α .



Literkami a oraz b oznaczyliśmy **przyprostokątne** trójkąta prostokątnego.

Literką c oznaczyliśmy **przeciwprostokątną** trójkąta prostokątnego.

Teraz możemy podać **definicje funkcji trygonometrycznych**:

$$\sin \alpha = \frac{\text{przyprostokątna naprzeciw } \alpha}{\text{przeciwprostokątna}}$$

$$\cos \alpha = \frac{\text{przyprostokątna przy } \alpha}{\text{przeciwprostokątna}}$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{\text{przyprostokątna naprzeciw } \alpha}{\text{przyprostokątna przy } \alpha}$$

$$\text{ctg } \alpha = \frac{\text{przyprostokątna przy } \alpha}{\text{przyprostokątna naprzeciw } \alpha}$$

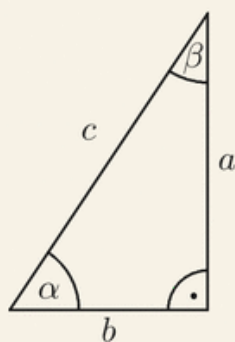
Przykłady:

$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{a}{b}$$

$$\text{ctg } \alpha = \frac{b}{a}$$



$$\sin \beta = \frac{b}{c}$$

$$\cos \beta = \frac{a}{c}$$

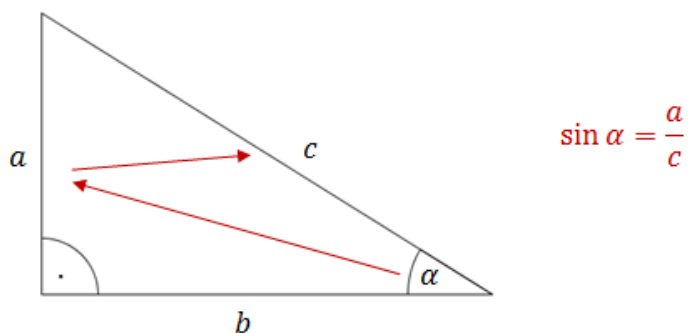
$$\text{tg } \beta = \frac{b}{a}$$

$$\text{ctg } \beta = \frac{a}{b}$$

Teraz przeanalizujemy to po kolei:

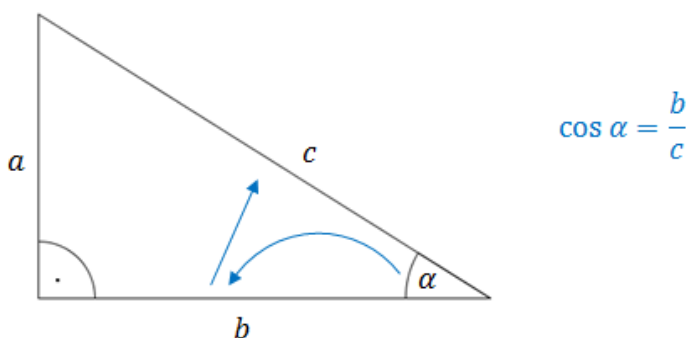
Aby obliczyć **sinus** kąta ostrego w trójkącie prostokątnym, to:

- patrzemy najpierw na bok naprzeciwko kąta,
- potem na przeciwprostokątną.



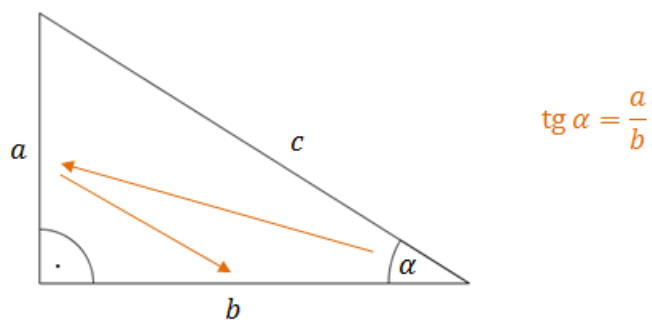
Aby obliczyć **cosinus** kąta ostrego w trójkącie prostokątnym, to:

- patrzemy najpierw na przyprostokątną przy kącie,
- potem na przeciwprostokątną.



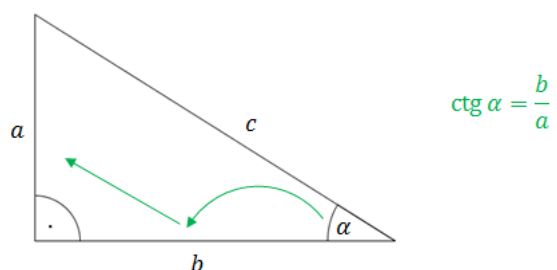
Aby obliczyć **tangens** kąta ostrego w trójkącie prostokątnym, to:

- patrzemy najpierw na bok naprzeciwko kąta,
- potem na drugą przyprostokątną.



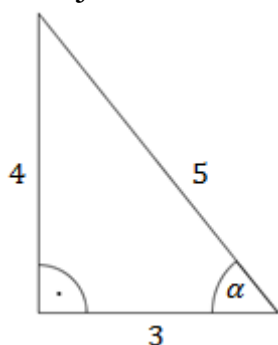
Aby obliczyć **cotangens** kąta ostrego w trójkącie prostokątnym, to:

- patrzemy najpierw na przyprostokątną przy kącie,
- potem na drugą przyprostokątną.



Przykład 1.

Podaj wartości wszystkich funkcji trygonometrycznych dla zaznaczonego kąta α .



Rozwiązanie:

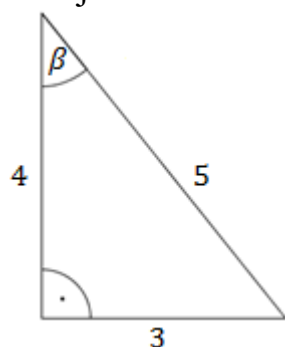
Bezpośrednio z rysunku odczytujemy, że:

$$\sin \alpha = \frac{4}{5} \qquad \cos \alpha = \frac{3}{5}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{4}{3} \qquad \operatorname{ctg} \alpha = \frac{3}{4}$$

Przykład 2.

Podaj wartości wszystkich funkcji trygonometrycznych dla zaznaczonego kąta β .



Rozwiązanie:

Bezpośrednio z rysunku odczytujemy, że:

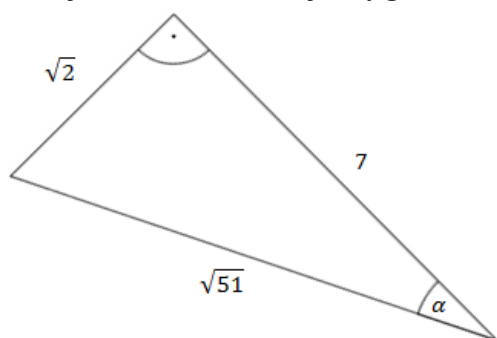
$$\sin \beta = \frac{3}{5} \qquad \cos \beta = \frac{4}{5}$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{3}{4} \qquad \operatorname{ctg} \beta = \frac{4}{3}$$

A teraz WY!

Przykład 3.

Podaj wartości funkcji trygonometrycznych dla kąta α zaznaczonego na rysunku.



Wyślijcie na e-maila ☺

Wartości funkcji trygonometrycznych:
(tabela do zeszytu)

α	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\operatorname{tg} \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	–
$\operatorname{ctg} \alpha$	–	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

obliczanie tych wartości

Przykłady:

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\operatorname{tg} 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$\operatorname{ctg} 0^\circ \leftarrow$ nie istnieje

Sprawdzamy tak jak gra w statki. Rozumiecie?

Przykład 4 Wyślijcie na e-maila 😊

Wyznacz:

$\sin 45^\circ = \dots\dots\dots$; $\operatorname{tg} 60^\circ = \dots\dots\dots$; $\cos 0^\circ = \dots\dots\dots$; $\operatorname{ctg} 45^\circ = \dots\dots\dots$; $\operatorname{tg} 90^\circ = \dots\dots\dots$

Teraz coś trudniejszego.

Przykład 5

Oblicz: a, b, β w trójkącie prostokątnym:

$$\beta = ?$$

$$a = ?$$

$$b = ?$$



Rozwiązanie:

Suma kątów w trójkącie wynosi 180° .

$$90^\circ + 60^\circ + \beta = 180^\circ$$

$$\beta = 180^\circ - 150^\circ$$

$$\beta = 30^\circ$$

$$\gg \sin 60^\circ = \frac{a}{4}$$

$$\gg \cos 60^\circ = \frac{b}{4}$$

$$\gg \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a}{4} \quad / \cdot 4$$

$$\gg \frac{1}{2} = \frac{b}{4} \quad / \cdot 4$$

$$\frac{4\sqrt{3}}{2} = a$$

$$\frac{1}{2} \cdot 4 = b$$

$$a = 2\sqrt{3}$$

$$b = 2$$

Przykład 6 Wyślijcie na e-maila ☺

Oblicz:

$$\beta = ?$$

$$b = ?$$

$$c = ?$$

