

Trójmian kwadratowy, Funkcja kwadratowa, równania i nierówności kwadratowe, równania dwukwadratowe.

Zadanie 1 Dane są funkcje kwadratowe (o ile można) przedstawić w postaciach kanonicznej i iloczynowej.

1.1) $f(x) = 2x^2 + 3x + 1$

1.2) $f(x) = x^2 - 5x$

1.3) $f(x) = 2x^2 - 8x + 7$

1.4) $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 12$

1.5) $f(x) = 3(x - 1)(x + 5)$

1.6) $f(x) = 2(x + 1)^2 + 2$

Zadanie 2. Wyznaczyć miejsca zerowe funkcji kwadratowej określonej poniższym wzorem:

2.1) $f(x) = x^2 - 3x$

2.2) $f(x) = -x^2 + 9$

Zadanie 3. Wyznaczyć trójmian kwadratowy $y = ax^2 + bx + c$ wiedząc, że jego wykres przechodzi przez punkty $(0, 1)$ i $(1, -2)$ oraz, że dla $x = 1$ osiąga on swoją najmniejszą wartość.

Zadanie 4. Dany jest trójmian kwadratowy $y = 2x^2 - 8x + 6$. Wyznaczyć pierwiastki tego trójmianu, sprowadzić go do postaci kanonicznej. Sporządzić wykres funkcji $y = f(x)$ oraz $y = |f(x)|$.

Zadanie 5. Wyznaczyć wartości parametru m , dla których trójmian kwadratowy $y = -x^2 + (m + 2)x - 4$ ma jeden pierwiastek.

Zadanie 6. Dla jakiej wartości a funkcja $f(x) = ax^2 + x + a + 1$ przyjmuje wartości tylko dodatnie?

Zadanie 7. Dla jakiej wartości p funkcja $f(x) = (p^2 + 5p - 6)x^2 - (p - 1)x - 2$ przyjmuje wartości tylko ujemne?

Zadanie 8. Dla jakiej wartości p funkcja $f(x) = (p - 2)x^2 - (p + 2)x - \frac{1}{2-p}$ ma dwa miejsca zerowe dodatnie?

Zadanie 9. Dla jakich wartości p funkcja $f(x) = x^2 + (p + 1)x + 1$ ma dwa miejsca zerowe x_1, x_2 takie, że $x_1^2 + x_2^2 < 3x_1x_2$?

Zadanie 10. Znaleźć wszystkie wartości parametru a , dla których równanie $2x^2 - 2(2a + 1)x + a(a - 1) = 0$ ma pierwiastki x_1, x_2 spełniające warunek $x_1 < a < x_2$.

Zadanie 11. Liczby x_1 i x_2 są pierwiastkami równania $x^2 + mx + n = 0$. Napisać równanie kwadratowe, którego pierwiastkami będą liczby $x_1 + x_2$ i x_1x_2 .

Zadanie 12. Podać przykład równania kwadratowego o współczynnikach całkowitych, którego pierwiastkami są liczby: $(5 - 2\sqrt{3})^{-1}$ i $(5 + 2\sqrt{3})^{-1}$.

Zadanie 13. Rozwiązać równanie:

13.1) $-3x^2 + 8x - 4 = 0$

13.2) $x^2 - 16 = 0$

13.3) $x^2 + 6x = 0$

13.4) $9x^2 + 42x + 49 = 0$

13.5) $3x^2 - 4x + 1 = 0$

13.6) $12x^2 - 25x + 12 = 0$

13.7) $x^2 + 4x + 1 = 0$

13.8) $|x - 3|^2 - 4|x - 3| - 12 = 0$

13.9) $x^4 - 3x^2 + 2 = 0$

$$13.10) 36x^4 - 13x^2 + 1 = 0$$

$$13.11) 16x^4 - 49x^2 + 3 = 0$$

$$13.12) 4x^4 + 3x^2 - 1 = 0$$

$$13.13) x^4 - 10x^2 + 9 = 0$$

$$13.14) x^4 - 3(x^2 - 1) = 7(x^2 - 3)$$

$$13.15) \frac{x^2-3}{3} = \frac{3}{x^2-3}$$

Zadanie 14. Rozwiązać nierówności:

$$14.1) 9 - x^2 \geq 0$$

$$14.2) 4x^2 - 9 \geq 0$$

$$14.3) 8x - x^2 < 0$$

$$14.4) -6x^2 + 5x - 1 \leq 0$$

$$14.5) -x^2 + 4x - 3 < 0$$

$$14.6) -x^2 + x - \sqrt{2010} < 0$$

$$14.7) x^2 + \sqrt{1999}x + 500 < 0$$

$$14.8) x(x + 1) \geq 6$$

$$14.9) |x^2 + 3x| = |x^2 + 2x + 5| + |x - 5|$$

$$14.10) 36x^4 - 97x^2 + 36 < 0$$

$$14.11) |x^2 - |x|| < 2$$

$$14.12) |4x^4 - 23x^2 + \frac{9}{2}| > \frac{21}{2}$$